

chauffage et de rapport d'allongement, l'apparition d'un écoulement inverse en sortie de canal. Plus récemment, cette recirculation de l'écoulement a également été étudiée par Dupont et al [4]. Cette configuration fait l'objet depuis quelques années d'un regain d'intérêt dans la communauté des numériciens [5][6], car elle pose des problèmes non triviaux en termes de conditions limites cohérentes à appliquer en entrée et sortie particulièrement pour représenter correctement les recirculations observées expérimentalement. Aussi, nous avons développé un code numérique 2D pour étudier les écoulements de convection naturelle au sein de canaux ouverts. Les configurations envisagées dans cette étude reposent sur les expériences de Webb et al. [7] et de Dupont et al. [8][9], qui seront utilisées pour comparer les résultats des simulations numériques car elles fournissent des informations pertinentes notamment sur les corrélations $Nu = f(Ra_m)$ (utilisés dans les codes nodaux), les profils de vitesse et de température.

2. Formulation du problème physique et mise en équations

2.1. Problème physique

Nous considérons un canal bidimensionnel ouvert aux extrémités, chauffé de manière asymétrique par un flux pariétal imposé sur sa face gauche (Fig. 1). Ce canal est vertical ou incliné par rapport au champ de pesanteur \vec{g} . Le fluide en écoulement est de l'air. Les caractéristiques géométriques sont les suivantes : hauteur $H = 0,64$ m, épaisseur du canal b variable de 0,05 ; 0,06 et 0,0985 m. Trois rapports de formes ont été analysés ($H/b = 6,5$; 10,67 et 12,8). Il en résulte un nombre caractéristique de Rayleigh modifié ($Ra_m = \frac{g\beta qb^4}{\lambda\nu^2} \frac{b}{H} Pr$) qui varie entre $4,4 \times 10^3$ et 5×10^6 .

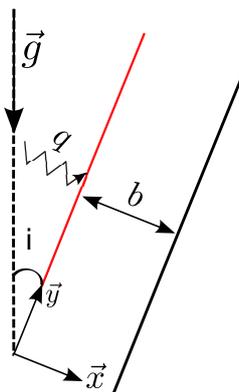


Figure 1 : Configuration du domaine étudié. Canal asymétriquement chauffé à flux constant incliné d'un angle i .

On s'intéresse par la suite au cas $Ra_m \cos(i) = 4,27 \times 10^4$ ($Ra_H = 5,9 \times 10^9$, $H/b = 10,67$ et $i = 0^\circ$) bien détaillé dans la littérature [4][8] favorisant une meilleure comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

2.2. Équations de conservation

Les propriétés thermophysiques du fluide sont considérées constantes exceptée pour la masse volumique dans le terme de la poussée d'Archimède (approximation de Boussinesq, $\rho(T_0) = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$). Les échanges radiatifs entre surfaces ne sont pas pris en compte. Les équations qui régissent l'écoulement de convection naturelle avec les hypothèses précédentes s'expriment, de la manière suivante sous forme sans dimension :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + Pr Ra_b^{-1/2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + Pr \theta (\sin(i) \delta_{ix} - \cos(i) \delta_{iy}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u_j \theta}{\partial x_j} = Ra_b^{-1/2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3)$$

Les équations sont rendues sans dimension par rapport à la vitesse caractéristique de convection naturelle : $U_{ref} = \kappa Ra_b^{1/2} / H$ [10], à la largeur de la cavité b et à la différence de température $\Delta T = qb/\lambda$. Le nombre de Prandtl, $Pr = \nu/\kappa$, est fixé à 0,71.

2.3. Conditions limites

Le flux est supposé constant et homogène sur la paroi dite chaude soit $\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}}|_{(0,y)} = 1$, où \mathbf{n} est le vecteur normal extérieur à la frontière. Pour la paroi opposée, une condition d'adiabaticité est appliquée, $\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}}|_{(b,y)} = 0$. La vitesse est nulle aux parois (condition de non-glissement) ainsi que la dérivée normale de la pression aux parois : $\frac{\partial P}{\partial \mathbf{n}} = 0$. Les conditions limites imposées aux extrémités sont les suivantes : si $v(x,H) < 0$ alors $\theta = 0$, sinon $\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}}|_{(x,H)} = 0$.

Pour les géométries ouvertes en convection naturelle, le choix des conditions limites à appliquer à la vitesse et à la pression est délicat. En effet, l'écoulement, de type thermosiphon, résulte de l'équilibre entre les forces dues à la poussée d'Archimède et aux pertes de charge totales de l'écoulement entre l'entrée et la sortie du canal. Aucun choix n'apparaît cependant trivial pour imposer des conditions de vitesse ou de pression à l'entrée du canal.

On admet qu'à l'entrée du domaine les hypothèses suivantes sont respectées : l'écoulement est incompressible et permanent, les termes visqueux sont négligeables et le champ de vitesse est à rotationnel nul. On peut alors relier le débit traversant à la différence de pression entre l'entrée et la sortie du canal par la relation :

$$\int_{S_s} (p + \rho gy).dA - \int_{S_e} (p + \rho gy).dA = \int_{S_e} \frac{1}{2} \rho |V|^2 .dA \quad (4)$$

Cette condition limite est identique à celle proposée lors d'un benchmark dans le cadre du réseau AMETH [5], constitué d'un canal vertical chauffé de manière asymétrique. Le benchmark ADNBATI [11] questionne également cette problématique dans le domaine du bâtiment et fait l'objet actuellement d'une confrontation à l'échelle française entre codes numériques de recherche et codes commerciaux. Dans notre cas d'étude, pour la vitesse, on impose en entrée et en sortie : $\forall x \in]0,1[, u(x,0) = u(x,H) = \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ et le jeu de conditions limites suivant pour la pression :

- en entrée : $P = -\frac{1}{2S_e^2} G^2$ (Bernoulli global, ❶), $G = \int_0^1 v(x,0) dx$ le débit entrant et S_e la surface totale de l'entrée.
- en sortie : si $v(x,H) < 0$ alors $P = -\frac{1}{2}(v(x,H))^2$ (Bernoulli local, ❷) sinon on impose une condition de jet libre : $P = 0$ (❸).

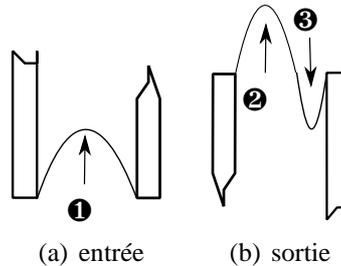


Figure 2 : Types de conditions aux limites utilisées en entrée et sortie du canal.

Des essais préliminaires réalisés en imposant une condition de jet libre en sortie sans test sur le sens de l'écoulement ont conduit dans certains cas à des situations non réalistes pour $Ra_H > 5,9 \times 10^9$ pour lesquelles le fluide ré-entraîne en partie haute du canal pour ressortir par la section d'entrée. Le fait d'imposer le jeu de conditions ❷-❸, en sortie, a permis d'éliminer ces comportements tout en conservant la possibilité d'observer des recirculations de fluide en partie

haute (voir §4).

3. Approche numérique : discrétisation spatiale et temporelle

Le code numérique a été développé à l'aide de l'environnement OpenFOAM[®] [12].

Le schéma d'intégration temporelle mis en œuvre est un schéma d'Euler retardé du second ordre. Le terme d'advection est discrétisé par une extrapolation d'Adams-Bashforth du second ordre en temps [13][14]. Les termes de diffusion sont traités implicitement. Finalement, le schéma numérique général pour les équations de Navier-Stokes est le suivant :

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right|^{n+1} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{3u_i^{n+1} - 4u_i^n + u_i^{n-1}}{2\Delta t} = \mathbf{R}(2u_i^n - u_i^{n-1}) - \nabla P^{n+1} \quad (6)$$

$$\text{où } \mathbf{R}(u_i) = Pr Ra_b^{-1/2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} + Pr \theta (\sin(i) \delta_{ix} - \cos(i) \delta_{iy}).$$

La résolution de l'équation de l'énergie peut se faire indépendamment des autres équations, puisque la vitesse est exprimée explicitement. Le traitement des équations du mouvement associé à la condition d'incompressibilité est effectué par une procédure PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) proposée par Issa [15]. Le pas de temps sans dimension est de $0,5 \times 10^{-4}$.

Concernant la discrétisation spatiale, les équations sont discrétisées en espace par une méthode de volumes finis colocalisés. Le maillage est non uniforme avec une progression géométrique de la taille des mailles et un nombre de nœuds de 128×512 pour $q=10 \text{ W.m}^{-2}$. Le nombre de Reynolds local obtenu dans ces conditions est toujours inférieur à 20 et la distance à la paroi du premier point de la grille en unités (y^+) est inférieure à 1. Ces grandeurs sont calculées à titre informatif pour renseigner sur la qualité du maillage et fera l'objet d'une étude plus fine pour des régimes d'écoulement plus sévères qui nous amèneront à utiliser des modèles de turbulence.

4. Résultats et discussions

Dans cette étude, nous avons estimé le temps de mise en régime à au moins 50 unités de temps sans dimension à partir d'un état initial de repos, ou en partant d'une solution à plus bas nombre de Rayleigh. Une fois le régime établi observé, un calcul statistique est effectué sur au minimum 200 unités de temps sans dimension, afin d'obtenir les valeurs statistiques de u , v et θ .

Dans notre étude, le choix des conditions limites implique que le fluide n'est pas perturbé en entrée du canal et que d'une manière générale le milieu extérieur n'influence pas l'écoulement au sein du canal. Ces conditions de non interférence du milieu extérieur sont très difficiles à obtenir expérimentalement et la comparaison des données obtenues au GRER [8][9][4][7] avec nos résultats est à considérer dans ce cadre.

La figure 3 montre que la pénétration dans le canal se fait préférentiellement du côté de la paroi chaude avec une vitesse débitante $v_b = 0,048 \text{ m.s}^{-1}$ ($v_b = 0,043 \text{ m.s}^{-1}$ pour [8]). Cette observation est en accord avec l'expérimentation. En revanche, au voisinage de l'entrée, figure 3(a), le profil de vitesse a une allure différente du cas expérimental.

Le profil en sortie figure 3(b) met en évidence un écoulement inverse avec des vitesses négatives, du côté de la paroi adiabatique. On constate que la vitesse verticale calculée (DNS) est sur-estimée le long de la paroi chaude alors que l'écoulement inverse est sous-estimé numériquement le long de la paroi froide. Cette différence peut être due aux échanges radiatifs entre les

parois et l'air extérieur en sortie du canal, qui ne sont pas pris en compte dans nos calculs. Afin de vérifier cette hypothèse, des travaux sont en cours pour intégrer le rayonnement de surface dans le code de calcul.

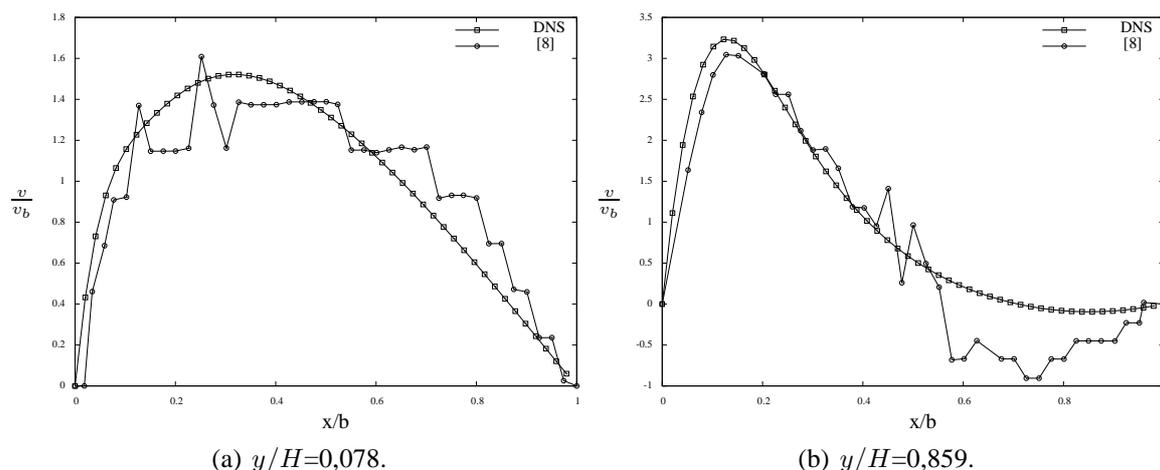


Figure 3 : Profils de vitesse rapportés à la vitesse débitante, v/v_b pour $Ra_H = 5,9 \times 10^9$, $H/b=10,7$ et $i=0^\circ$.

La figure 4 présente les isovaleurs du rapport de la vitesse vertical sur la vitesse débitante v_b (4(a)), ainsi que le champ de température à l'intérieur du canal dans le cas précédent (4(b)). Le long de la paroi chauffée, l'écoulement accélère progressivement et une couche limite apparaît dans cette région. La vitesse maximale atteint des valeurs trois fois supérieures à la vitesse débitante. Le long de la paroi froide, la vitesse est faible et devient nulle en $y/H = 0,63$ pour atteindre des valeurs négatives dû à l'écoulement inverse.

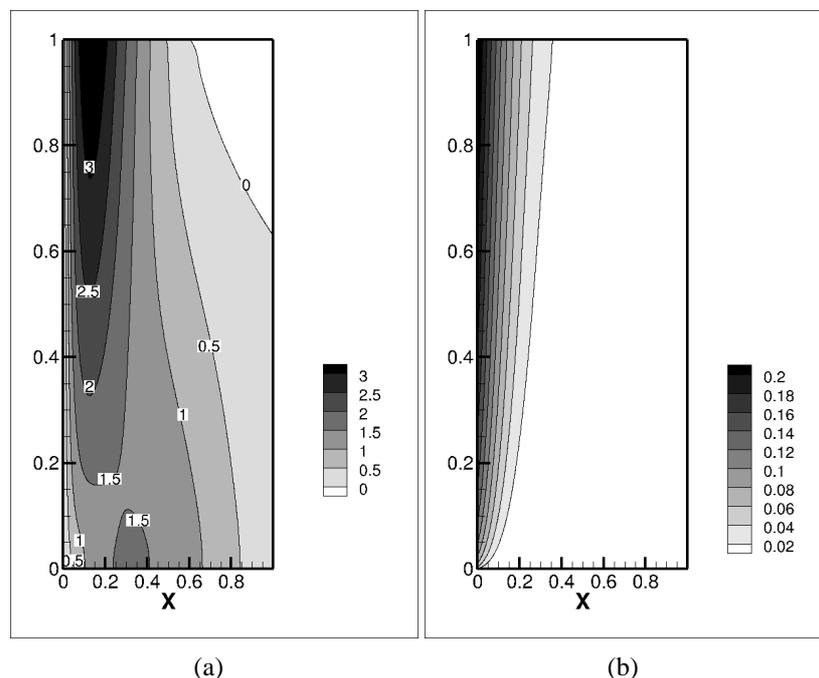


Figure 4 : 4(a) : Isovaleurs du rapport v/v_b et 4(b) : isocontours de la température θ pour $Ra_H = 5,9 \times 10^9$, $H/b=10,7$ et $i=0^\circ$.

La figure 5 montre les nombres de Nusselt convectifs à mi longueur, $Nu_{1/2}$, obtenus pour les différentes valeurs de $Ra_m \cos(i)$, comparés aux résultats de Dupont et al. [9] et à la corrélation proposée par Webb et al [7]. On constate que nos résultats sont en bonne concordance avec ceux obtenus au GRER et correspondent bien à la corrélation proposée, avec un écart relatif inférieur à 1% jusqu'à $Ra_b = 2 \times 10^5$. Au-delà de cette valeur, les écarts sont cependant plus importants, ce qui se traduit par des valeurs différentes des coefficients de la corrélation $Nu_{1/2} = \alpha Ra_m^\beta$ (cf. tableau 1).

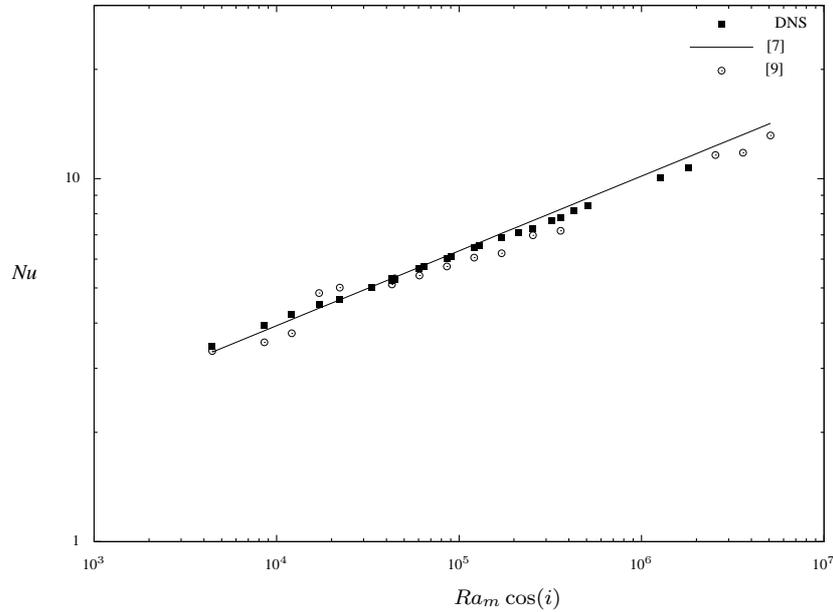


Figure 5 : Nombres de Nusselt à mi-hauteur du canal en fonction de $Ra_m \cos(i)$: comparaison avec la corrélation de Webb et al. [7] et les valeurs de Dupont et al. [9].

Références	Corrélation
[7]	$Nu_{1/2} = 0,58 Ra_m^{0,206}$
[9]	$Nu_{1/2} = 0,59 Ra_m^{0,206}$
présente étude	$Nu_{1/2} = 0,70 Ra_m^{0,190}$

Tableau 1 : Corrélations $Nu_{1/2} = \alpha Ra_m^\beta$.

L'étude expérimentale [4] a permis d'établir les conditions d'existence d'un écoulement inverse dans le plan $(Ra_H, H/b)$ à partir de visualisations par tomographie laser. Un écoulement inverse permanent est observé dans une zone définie par $9,14 < H/b < 16$ et $Ra_H < 4,46 \times 10^{10}$. Numériquement, nous avons aussi observé un écoulement inverse dans cette gamme proposée (voir figure 4(a)). En revanche, nous observons figure 3(b), que la profondeur de l'écoulement inverse est moins accentuée dans notre étude que dans le cas expérimental. Deux questions peuvent alors se poser : le choix des conditions limites en entrée-sortie est-il pertinent ? Le fait de négliger le rayonnement de surface est-il légitime ? Pour le premier point, le travail numérique (2D) réalisé dans le cadre du benchmark numérique AMEth [5] montrait une concordance des résultats entre les différentes équipes de recherche pour une valeur du nombre de Rayleigh modifié $Ra_b = 5 \times 10^5$. Quelques différences entre le choix d'une condition de pression de type Bernoulli global et local existaient entre les résultats mais ne conduisaient pas à des différences significatives sur la longueur de pénétration de l'écoulement inverse dans le canal. Une étude numérique tridimensionnelle doit être réalisée et comparée avec ce cas expérimental pour nous certifier que ces conditions aux limites posées soient physiques. Autre point, dans ce type de configuration, le rayonnement de surface doit influencer l'écoulement, en particulier près des sections d'entrée et de sortie. Il sera intéressant d'étudier dans une étape ultérieure, un cas tridimensionnelle avec rayonnement.

5. Conclusion

Nous avons mis en œuvre une approche numérique pour l'étude des écoulements de convection naturelle dans les canaux inclinés et ouverts. L'étude a été réalisée sur la base d'une expérimentation du GREER [9] et la comparaison avec les données expérimentales a été menée. Cette comparaison fait apparaître un accord qualitativement correct, mais des différences existent cependant, en terme de valeur du nombre de Nusselt à mi-hauteur et en terme de domaine d'existence d'un écoulement de retour dans le canal, ce qui nous amène à considérer l'influence du rayonnement de surface sur l'écoulement. Les premiers résultats présentés dans cette étude

seront donc complétés dans un avenir proche en intégrant le rayonnement de surface dans les calculs. Les perspectives futures de ce travail concernent également l'extension à des conditions de flux représentatives de conditions réelles d'ensoleillement ($q \approx 1000 \text{ W.m}^{-2}$) afin de pouvoir explorer le potentiel de ces écoulements de convection naturelle pour le refroidissement de panneaux PV ou de toitures en milieu tropical. Il sera indispensable pour cela de faire appel à des modèles de turbulence. Nous nous appuyons pour cela sur la simulation des grandes échelles.

Références

- [1] W. Elenbaas, Heat dissipation of parallel plates by free convection. *Physica*, 11(9):1–23, 1942.
- [2] A. Bar-Cohen et W. M. Rohsenow, Thermally optimum spacing of vertical, natural convection cooled, parallel plates. *Journal of Heat Transfer*, 11(116):116–123, 1984.
- [3] E.M. Sparrow, G.M. Chrysler et L. Azevedo, Observed flow reversals and measured-predicted nusselt numbers for natural convection in a one-sided heated vertical channel. *Journal of Heat Transfer*, 106(2):325–332, 1984.
- [4] S. Samot, F. Dupont et F. Penot, Mesure de température dans un écoulement renversé à la sortie d'un thermosiphon vertical chauffé à flux constant. *In SFT 2010 France*, 2010.
- [5] G. Desrayaud, R. Bennacer, J.P. Caltagirone, E. Chenier, A. Joulin, N. Laaroussi et K. Mojtabi, Etude numérique comparative des écoulements thermo convectifs dans un canal vertical chauffé asymétriquement. *In VIIIème Colloque Interuniv. Franco-Québécois*, page 6, Mai 2007.
- [6] A.G. Fedorov et R. Viskanta, Turbulent natural convection heat transfer in an asymmetrically heated, vertical parallel-plate channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40(16): 3849 – 3860, 1997.
- [7] B. W. Webb et D. P. Hill, High rayleigh number laminar natural convection in an asymmetrically heated vertical channel. *J. Heat Transfer*, 111:649–656, 1989.
- [8] F. Dupont, T. Soubdhans, R. Blonbou, R. Calif, JL. Tuhault et F. Penot, Étude expérimentale des conditions d'apparition d'écoulements inverses en sortie d'un thermosiphon en convection naturelle d'air. *In SFT 2005 France*, 2005.
- [9] F. Dupont, T. Soubdhans, R. Blonbou, JL. Tuhault et F. Penot, Etude expérimentale de la convection naturelle en canal vertical chauffé à flux constant : Influence de l'angle d'inclinaison. *In SFT 2007 France*, 2007.
- [10] A. Bejan, *Convection heat transfer*. John Wiley and Sons, 1984.
- [11] L. Stephan, E. Wurtz, A. Bastide, B. Brangeon, A. Jay, C. Goffaux et M.Pons, Benchmark de ventilation naturelle traversante (adnbat). *In IBPSA France*, Septembre 2010.
- [12] OpenFOAM 2.1, <http://www.openfoam.com>, 2012.
- [13] R.W.C.P. Verstappen et A.E.P. Veldman, Direct numerical simulation of turbulence at lower costs. *Journal of Engineering Mathematics*, 32:143–159, 1997.
- [14] R.W.C.P. Verstappen et A.E.P. Veldman, Symmetry-preserving discretization of turbulent flow. *Journal of Computational Physics*, 187:343–368, Mai 2003.
- [15] R. Issa, Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting. *J. Comput. Phys.*, 62:40–65, 1986.

Remerciements

Ces travaux ont été en partie financés par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) au travers du programme Habitat intelligent et solaire photovoltaïque (projet 4C n°ANR-08-HABISOL- 019).